



Д.А. Мальцев,  
А.А. Мальцев,  
Л.И. Мальцева

# МАТЕМАТИКА

## Подготовка к ЕГЭ 2024

### Профильный уровень Книга 2

- ✓ 50 тестов по новой Демоверсии ЕГЭ 2024
- ✓ Задачник: около 140 заданий с развёрнутым ответом

Издатель Мальцев Д.А.  
Ростов-на-Дону

---

Народное образование  
Москва  
2024

## Содержание

<b>От авторов</b> .....	<b>6</b>
<b>Глава I. Экзаменационно-тренировочные тесты</b> .....	<b>9</b>
Тест №1 .....	9
Тест №2 .....	13
Тест №3 .....	16
Тест №4 .....	20
Тест №5 .....	24
Тест №6 .....	28
Тест №7 .....	31
Тест №8 .....	35
Тест №9 .....	39
Тест №10 .....	43
Тест №11 .....	47
Тест №12 .....	51
Тест №13 .....	55
Тест №14 .....	58
Тест №15 .....	62
Тест №16 .....	66
Тест №17 .....	70
Тест №18 .....	74
Тест №19 .....	78
Тест №20 .....	81
Тест №21 .....	85
Тест №22 .....	89

---

Тест № 23 .....	93
Тест № 24 .....	97
Тест № 25 .....	101
Тест № 26 .....	105
Тест № 27 .....	108
Тест № 28 .....	112
Тест № 29 .....	115
Тест № 30 .....	119
Тест № 31 .....	123
Тест № 32 .....	127
Тест № 33 .....	131
Тест № 34 .....	135
Тест № 35 .....	139
Тест № 36 .....	143
Тест № 37 .....	147
Тест № 38 .....	151
Тест № 39 .....	155
Тест № 40 .....	159
Тест № 41 .....	163
Тест № 42 .....	167
Тест № 43 .....	171
Тест № 44 .....	175
Тест № 45 .....	180
Тест № 46 .....	184
Тест № 47 .....	188
Тест № 48 .....	192
Тест № 49 .....	196
Тест № 50 .....	200

---

<b>Глава II. Задачник</b> .....	<b>205</b>
Уравнения (задание №13) .....	205
Неравенства (задание №15) .....	208
Задачи с экономическим содержанием (задание №16) ...	210
Планиметрия (задание №17) .....	218
Уравнения и неравенства с параметром (задание №18) ..	223
Задачи олимпиадного типа (задание №19) .....	226
<b>Ответы к тестам</b> .....	<b>233</b>
<b>Ответы к задачнику</b> .....	<b>248</b>
<b>Карта индивидуальных достижений обучающегося</b> .....	<b>251</b>

## От авторов

Данное пособие является одной из книг учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024», предназначенной для учащихся, сдающих Профильный ЕГЭ по математике. Пособие состоит из двух глав.

Глава I содержит 50 тестов. На взгляд авторов, для успешной сдачи любого экзамена полезно знакомство с «историей вопроса», то есть с теми задачами, которые предлагались на этом экзамене в предшествующие годы. Поэтому в тестах данной книги, условно названных «экзаменационно-тренировочными», авторы, проанализировав материал ЕГЭ по математике предшествующих лет, отобрали все основные идеи, заложенные в экзаменационные задания.

Все тесты данного пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т. д.

В главе II приведён Задачник, содержащий около 140 заданий с развёрнутым ответом.

Одновременно с данной книгой выпускается её Решебник, в котором приведены решения заданий с развёрнутым ответом всех тестов с нечётными номерами, а также заданий с нечётными номерами из Задачника. Кроме того, в Решебнике даны указания к решениям задач №17 (планиметрия) и №19 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами и задач с чётными номерами из Задачника данной книги.

### О преимуществах данного пособия

Одним из преимуществ данной книги является особенная «парность» заданий «части С» (т.е. заданий с развёрнутым ответом). Большинство заданий «части С» данной книги таково, что «парная» задача развивает идею задачи из предыдущего теста. Поэтому для решения «парной» задачи недостаточно лишь поменять цифры в решении аналогичной задачи предшествующего теста, а придётся заново продумывать некоторые детали и нюансы. Это особенно ценно при подготовке к заданиям «части С», так как можно прочесть и понять 100 готовых решений, но не решить на экзамене 101-ую, в чём-то аналогичную, но в чём-то и отличающуюся задачу. Решая задания «части С» из этой книги, школьник учится преодолевать психологический барьер — состояние «изменённой ситуации» при решении задачи (т.е. такой ситуации, с которой он сталкивается впервые).

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень. Книга 2»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

### Об оценивании результатов тестирования

Поясним некоторые термины, связанные с оцениванием результатов ЕГЭ. «Первичные баллы» — баллы, выставляемые за каждое выполненное задание. За верно выполненное задание с кратким ответом выставляется 1 первичный балл. Баллы за задания с развёрнутым ответом (задания №13–№19) выставляются в зависимости от степени верности их выполнения. В 2024 году задания №13, 15, 16 оцениваются по шкале от 0 до 2 баллов, задания №14, 17 — по шкале от 0 до 3 баллов, а задания №18, 19 — по шкале от 0 до 4 баллов. Таким образом, максимальное количество первичных баллов, которое может получить выпускник, составляет 32 балла: за все задания с кратким ответом — 12 баллов; за задания с развёрнутым ответом — 20 баллов.

«Сертификационный балл» — балл, выставляемый в свидетельство о сдаче ЕГЭ. Ниже приведена таблица, использовавшаяся при оценивании результатов выпускников 2023 года.

Таблица перевода первичных баллов в сертификационные

Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл
0	0	11	64	22	86
1	6	12	66	23	88
2	11	13	68	24	90
3	17	14	70	25	92
4	22	15	72	26	94
5	27	16	74	27	96
6	34	17	76	28	98
7	40	18	78	29	100
8	46	19	80	30	100
9	52	20	82	31	100
10	58	21	84		

Увеличение числа первичных баллов на 1 балл не слишком значительно отразится на их переводе в сертификационные баллы. Поэтому при тренировках по тестам данного пособия для оценивания своих результатов можно использовать приведённую выше таблицу.

Отметим, что на реальном экзамене при оценивании заданий с развёрнутым ответом учитывается не только правильность окончательного ответа, но и сам ход рассуждений. Поэтому для определения баллов, которые могут быть выставлены за приведённые вами решения этих заданий, рекомендуем обращаться к учителю математики или другому специалисту.

### **О системе подготовки к ЕГЭ**

Чтобы получить общее представление о структуре экзаменационной работы, прорешайте тесты №1, 2 данного пособия. А затем начните устранение пробелов в своих знаниях, которые обнаружатся при прорешивании этих двух тестов. В этом Вам поможет пособие из данного учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень. Книга 1». Отметим, что во втором параграфе «Книги 1» содержится подборка из 56 заданий на вектора, которые включены в Демоверсию ЕГЭ 2024 года, а также приведена теория решений заданий такого типа.

Полностью проработав задания с кратким ответом, приступайте к решению тестов данной книги.

Рекомендуем Вам построить свои занятия по тестам пособия таким образом, чтобы учебные занятия чередовались с тренировочными.

На учебном занятии знакомьтесь с методами решения тех заданий, которые Вы планируете решать на экзамене. Решения задач с развёрнутым ответом приведены в Решебнике к данной книге. Если же возникает вопрос по одному из заданий №1–№12, то рекомендуем Вам обращаться к своему учителю.

Для проведения тренировочного занятия необходимо отвести 2-3 часа. За это время попытайтесь решить самостоятельно те задания, к выполнению которых Вы рассчитываете приступить на экзамене. Решайте задачи так, словно Вы уже на экзамене, не заглядывая в ответы. В конце занятия сверьте свои ответы с ответами, данными в книге. Не вдаваясь в детали, скажем, что польза от подобных тренировок огромна!

Желаем Вам успеха!

Авторы выражают искреннюю признательность всем рецензентам данной книги.

# Глава I

## Экзаменационно-тренировочные тесты

*Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи — решайте их.*

*Д. Пойа. Математическое открытие*

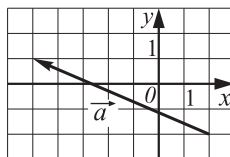
### Тест №1

#### Часть 1

**1** В параллелограмме  $ABCD$  на стороне  $AB$  отмечена точка  $N$  так, что  $AN : BN = 1 : 3$ . Площадь треугольника  $ADN$  равна 23. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**2** Вектор  $\vec{b}$  коллинеарен вектору  $\vec{a}$ , изображённому на рисунке. Найдите координату вектора  $\vec{b}$  вдоль оси ординат, если его координата вдоль оси абсцисс равна 42.



Ответ: \_\_\_\_\_

**3** В цилиндр вписан шар, касающийся боковой поверхности цилиндра и обоим его оснований. Объём этого шара равен 16. Найдите объём цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_

**4** При подготовке к экзамену по математике школьник решает задачи. В среднем на каждые 74 правильно решённые задачи при-



ходится 6 задач, решённых неправильно. Найдите вероятность того, что школьник правильно решит наугад выбранную задачу. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_

**5** В коробке 9 жёлтых, 18 зелёных и 13 фиолетовых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбранными один жёлтый и один фиолетовый фломастеры.

Ответ: \_\_\_\_\_

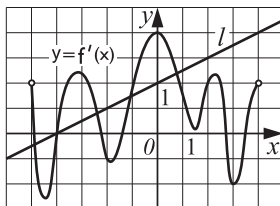
**6** Найдите корень уравнения  $25^{x+5} = 0,2\sqrt{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**7** Найдите значение выражения  $\log_2 48 + \log_{0,5} 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**8** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 4)$ . На рисунке изображён график её производной и прямая  $l$ . Найдите число касательных к графику функции  $y = f(x)$ , которые параллельны прямой  $l$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

**9** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 249 кГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле:  $v = c \cdot \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $\mu_0$  — частота испускаемых импульсов (в кГц),  $\mu$  — частота отражённого от дна сигнала (в кГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого от дна сигнала  $\mu$  (в кГц), если скорость погружения батискафа должна не превышать 6 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_

**10** Из  $A$  в  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 17 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 102 км/ч, в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 60 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_

**11** На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

**12** Найдите точку минимума функции  $y = 2x^{\frac{3}{2}} - 24x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

**13** а) Решите уравнение  $\sin^4 x + \cos^4 x = 4 \cos 4x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ .

**14** Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является треугольник  $ABC$ . На ребре  $A_1B_1$  взята точка  $K$ , а на ребре  $BC$  — точка  $M$ . Плоскость  $AMK$  пересекает ребро  $B_1C_1$  в точке  $N$ , при этом оказалось, что  $AK = MN$ .

а) Докажите, что  $AB = BM$ .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $AMK$ , если  $AA_1 = 6$ ,  $AB = 4$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$  и  $A_1K : KB_1 = 1 : 3$ .

**15** Решите неравенство:

$$\log_{100}((x-10) \cdot (x^2 - x - 90)) + 1 \geq \lg|x-10|.$$

**16** Вклад в размере 40 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на  $x$  млн рублей, где  $x$  — целое число. Найдите наименьшее значение  $x$ , при котором банк за четыре года начислит процентов по вкладу больше 24 млн рублей.

**17** В трапеции  $ABCD$  длина основания  $AD$  равна сумме длин боковой стороны  $AB$  и основания  $BC$ :  $AD = AB + BC$ . Биссектриса угла  $A$  этой трапеции пересекает сторону  $CD$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что прямые  $AK$  и  $CD$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , если известно, что  $AB = 10$ ,  $AK = 9$  и  $CK : DK = 2 : 3$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\text{уравнений } \begin{cases} (x^2 - 12x + 12 - y) \cdot \sqrt{x - y + 12} = 0 \\ y = ax + 2a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19** Из пары натуральных чисел  $(a; b)$ , где  $a > b$ , за один ход получают пару  $(a + b; a - b)$ .

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары  $(255; 2)$  пару, в которой меньшее число равно 2024?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары  $(255; 2)$  пару, в которой большее число равно 8480?

в) При каком наименьшем значении  $a$  можно за несколько ходов получить из пары  $(a; b)$  пару, большее число которой равно 8480?