



ББК 22.1
М 21

Рецензенты: К. Э. Каибханов, к. ф.-м. н., доцент ЮФУ;
Е. А. Шатилова, учитель высшей категории;
А. М. Кушнир, кандидат психологических наук

Авторы: Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева

М 21 **Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень.**
Решебник / Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева — Ростов н/Д:
Издатель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2022. — 320 с.
ISBN 978-5-87953-663-8

В пособии приведены полные решения заданий с развернутым ответом всех тестов с нечётными номерами (т.е. тестов №1, №3 и т.д.), а также решения всех заданий с нечётными номерами из Задачника книги «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень».

Кроме того, в этом Решебнике даны указания и краткие решения планиметрических задач (задание №16) и задач олимпиадного характера (задание №18) из тестов с чётными номерами и задач с чётными номерами из Задачника вышеуказанной книги.

Все решения написаны достаточно подробно, в стиле беседы с читателем.

Данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. А это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного ВУЗа и специальности.

ISBN 978-5-87953-663-8

ББК 22.1

© ИП Мальцев Д.А., 2021

Содержание

От авторов	5
Глава I. Решения к тестам	6
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №1	6
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №3	14
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №5	21
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №7	29
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №9	38
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №11	47
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №13	54
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №15	61
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №17	67
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №19	77
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №21	84
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №23	93
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №25	101
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №27	113
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №29	123
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №31	132
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №33	144
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №35	152
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №37	161
Решение заданий с развёрнутым ответом теста №39	173
Указания и краткие решения задач №16 тестов с чётными номерами	181
Указания и краткие решения задач №18 тестов с чётными номерами	197
Глава II. Решения к задачнику	211
Решение задач из раздела «Решение уравнений (задание №12)»	211

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень. Решебник»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Решение задач из раздела «Решение неравенств (задание №14)»	219
Решение задач из раздела «Задачи с экономическим содержанием (задание №15)»	229
Решение задач из раздела «Геометрические задачи (задание №16)»	244
Решение задач из раздела «Уравнения и неравенства с параметром (задание №17)»	259
Решение задач из раздела «Задачи олимпиадного типа (задание №18)»	283
Указания к задачам с чётными номерами раздела «Геометрические задачи (задание №16)»	303
Указания к задачам с чётными номерами раздела «Задачи олимпиадного типа (задание №18)»	310

От авторов

В данном пособии приведены полные решения заданий с развёрнутым ответом для всех тестов с нечётными номерами (т.е. тестов №1, №3 и т.д.), а также решения всех заданий с нечётными номерами из Задачника книги «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень». Кроме того, в Решебнике даны указания и краткие решения к задачам №16 (планиметрия) и №18 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами.

Все решения написаны достаточно подробно, в стиле беседы с читателем. Отметим, что хотя на экзамене при оформлении решений требуется меньшая степень подробности, чем выбрана авторами, Вы можете «взять на вооружение» и с успехом использовать некоторые из приёмов и стиль оформления решений, которые использованы в данной книге. Например, ключевые слова и фразы, наподобие «следовательно», «значит», «таким образом», «так как ..., то...», помогут Вам более упорядоченно излагать свои мысли. И вполне возможно, что вследствие этого Вы станете совершать меньшее количество ошибок и быстрее приходить к правильному ответу.

Данное пособие поможет ученикам приобрести устойчивые навыки в решении ряда заданий и существенно повысить уровень математической культуры. А это, в свою очередь, будет способствовать не только успешной сдаче последующих экзаменов, но также окажет неоценимую помощь в дальнейшем обучении — вне зависимости от выбранного ВУЗа и специальности.

Желаем Вам успеха!

Авторы благодарят рецензентов за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания.

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень. Решебник»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Глава I

Решения к тестам

Десять страниц математики понятой лучшие
столицы, заученных на память, а одна страница,
самостоятельно проработанная, лучшие десяти
столиц, понятых отчетливо, но пассивно.

Д. Юнг

Тест №1

12. а) Решите уравнение $\sin^3 x + \sin x = \sqrt{3} \cos^3 x - 2\sqrt{3} \cos x$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(-3\pi; -\frac{\pi}{3})$.

Решение .

а) $\sin x(\sin^2 x + 1) = \sqrt{3} \cos x(\cos^2 x - 2)$, $\sin x(1 - \cos^2 x + 1) = \sqrt{3} \cos x(\cos^2 x - 2)$. Так как $\cos^2 x - 2 \neq 0$ при любом значении x , то сокращая обе части уравнения на $\cos^2 x - 2$, получаем равносильное уравнение: $-\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

Заметим, что $\cos x \neq 0$ (если $\cos x = 0 \Rightarrow \sin x = -\sqrt{3} \cos x = 0$, но равенства $\cos x = \sin x = 0$ противоречат основному тригонометрическому тождеству). Поэтому разделив обе части уравнения на $\cos x$, получим равносильное уравнение: $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$, корнями которого являются $x = -\frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

б) Произведём отбор корней, принадлежащих промежутку $(-3\pi; -\frac{\pi}{3})$:
 $-3\pi < -\frac{\pi}{3} + \pi n < -\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{8\pi}{3} < \pi n < 0 \Leftrightarrow n = -1$ или $n = -2$.
Таким образом, искомыми корнями являются $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3}$ и $x = -\frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{4\pi}{3}$.

Ответ: а) $x = -\frac{\pi}{3} + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}$.

«Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень. Решебник»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

13. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ длина бокового ребра AA_1 равна 2. Шар с центром в точке O касается всех граней этой призмы. Точки M, N, K — середины рёбер AB, A_1B_1 и CC_1 соответственно, P — точка пересечения прямой NO с плоскостью основания ABC .
- Докажите, что прямые PK и MO параллельны.
 - Найдите расстояние от точки O до плоскости APK .

Решение.

а) Так как расстояния от точки O до боковых граней ABB_1A_1 и ACC_1A_1 равны, то точка O лежит в плоскости α , которая делит пополам двугранный угол при ребре AA_1 . Аналогично, точка O лежит в плоскости γ , которая делит пополам двугранный угол при ребре CC_1 . Поэтому точка O лежит на прямой HH_1 , где H и H_1 — центры правильных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, см. рисунок 1. А в силу равноудалённости точки O от граней ABC и $A_1B_1C_1$ она является серединой отрезка HH_1 . Заметим ещё, что длины отрезков MH и NH_1 равны радиусу шара, вписанного в призму, т.е. $MH = NH_1 = 1$, откуда $CH = C_1H_1 = 2$.

рис. 1

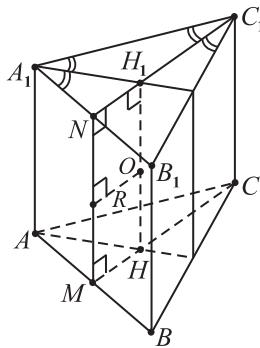
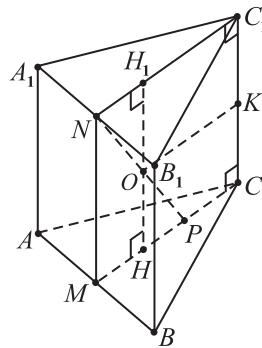


рис. 2



Точки O и K — середины сторон HH_1 и CC_1 прямоугольника HCC_1H_1 , поэтому отрезок OK параллелен CM и $OK = CH = 2$. Прямоугольные треугольники HPO и H_1NO равны: $HO = H_1O$, $\angle HOP = \angle H_1ON$ — как вертикальные углы. Значит, $RH = NH_1 = 1$, откуда $PM = PH + MH = 2$.

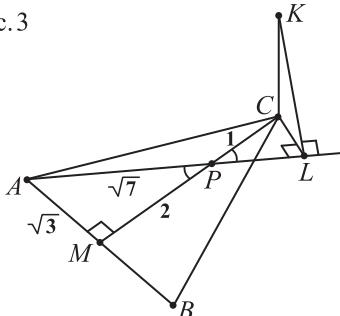
Итак, нами получено, что отрезки OK и PM параллельны и равны, откуда следует, что $MOKP$ — параллелограмм и, значит, $MO \parallel PK$, что и требовалось доказать.

- Искомое расстояние от точки O до плоскости APK обозначим через d и для его нахождения применим метод вспомогательного объёма:

вычисляя объём V пирамиды сначала как объём пирамиды с вершиной O и основанием APK , а затем как объём пирамиды с вершиной A и основанием OPK , имеем: $d \cdot S_{APK} = 3V = h \cdot S_{OPK}$, где h – расстояние от точки A до плоскости OPK , S_{APK}, S_{OPK} – площади оснований APK и OPK .

Заметим, что поскольку точки O, P, K лежат в плоскости CC_1NM и эта плоскость перпендикулярна ребру AB , то расстояние от точки A до плоскости OPK равно $h = AM = \frac{CM}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$. Поскольку точка P лежит на стороне прямоугольника $OKCH$, то высота треугольника OPK равна CK , откуда $S_{OPK} = \frac{1}{2}OK \cdot CK = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$. Таким образом, $d \cdot S_{APK} = 3V = h \cdot S_{OPK} = \sqrt{3}$, откуда $d = \frac{\sqrt{3}}{S_{APK}}$.

рис.3



Чтобы найти площадь треугольника APK , найдём длину его высоты KL . По теореме о трёх перпендикулярах $CL \perp AL$, см. рисунок 3. Прямоугольные треугольники AMP и CLP подобны и, значит, $\frac{CL}{AM} = \frac{CP}{AP}$, $CL = AM \cdot \frac{CP}{AP} = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ ($AP = \sqrt{7}$ по теореме Пифагора из $\triangle AMP$). Итак, $KL^2 = CK^2 + CL^2 = 1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \frac{10}{7}$, $KL = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}}$,

$$S_{APK} = \frac{1}{2} AP \cdot KL = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$d = \frac{\sqrt{3}}{S_{APK}} = \sqrt{3} : \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{30}}{5}$

14. Решите неравенство

$$\log_{0,2}(21 - 21x) \leq \log_{0,2}(x^2 - 3x + 2) + \log_{0,2}(x + 8).$$

Решение.

Запишем данное в условии неравенство в виде:

$$\log_{0,2}(21(1-x)) \leq \log_{0,2}((1-x)(2-x)) + \log_{0,2}(x+8).$$

Областью определения неравенства являются такие значения x , для которых выполнено $-8 < x < 1$. Преобразуем полученное неравенство:

$\log_{0,2} 21 + \log_{0,2}(1-x) \leq \log_{0,2}(1-x) + \log_{0,2}(2-x) + \log_{0,2}(x+8)$,
 $\log_{0,2} 21 \leq \log_{0,2}(2-x) + \log_{0,2}(x+8)$, $\log_{0,2} 21 \leq \log_{0,2}((2-x)(x+8))$. На своей области определения неравенство принимает вид: $21 \geq (2-x)(x+8)$,
 $21 \geq -x^2 - 6x + 16$, $x^2 + 6x + 5 \geq 0$, откуда $x \leq -5$ и $x \geq -1$. Учитывая, что $-8 < x < 1$, получаем: $(-8; -5] \cup [-1; 1)$.

Ответ: $(-8; -5] \cup [-1; 1)$

15. В июле 2021 года был взят кредит на пять лет в размере 550 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2022, 2023, 2024 годов долг остаётся равным 550 тыс. рублей;
- выплаты в 2025 и 2026 годах равны;
- к июлю 2026 года долг будет выплачен полностью.

Найдите r , если известно, что после того, как долг будет выплачен полностью, общий размер выплат составит 1050 тыс. рублей.

Решение.

Введём обозначение $k = \frac{r}{100}$, тогда в январе 2022, 2023 и 2024 годов после начисления $r\%$ долг составляет $550(k+1)$ тыс. руб., поэтому выплаты за эти три года равны $3 \cdot (550(k+1) - 550) = 1650k$ тыс. руб.

Пусть x тыс. руб. — выплаты в 2025 и 2026 годах. Тогда в июле 2025 года долг перед банком составляет $550(k+1) - x$, а после начисления процентов в январе 2026 года долг составляет $(550(k+1) - x) \cdot (1+k)$. Так как после выплаты x тыс. руб. в 2026 году долг становится равным нулю, то $(550(k+1) - x) \cdot (1+k) = x$. Выразим из этого равенства x че-

рез k : $550(k+1)^2 = (2+k)x$, $x = \frac{550(k+1)^2}{2+k}$.

Выплаты банку за все 5 лет равны $1650k + 2x = 1650k + \frac{1100(k+1)^2}{2+k}$, что по условию составляет 1050 тыс.руб. Таким образом, имеем уравнение: $1650k + \frac{1100(k+1)^2}{2+k} = 1050$, $33k + \frac{22(k+1)^2}{2+k} = 21$, $66k + 33k^2 + 22k^2 + 44k + 22 = (2+k) \cdot 21$, $55k^2 + 89k - 20 = 0$, откуда $k = \frac{1}{5}$, $r = 100 \cdot k = 20$ (второй корень $k = -\frac{20}{11}$ не удовлетворяет смыслу задачи).

Ответ: $r = 20$

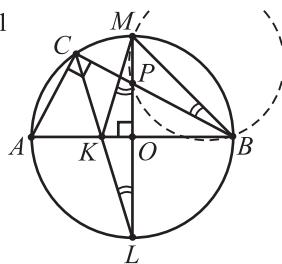
16. Треугольник ABC прямоугольный с прямым углом C . Продолжение биссектрисы CK этого треугольника пересекает его описанную окружность в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину гипотенузы AB , пересекает вторично описанную окружность треугольника ABC в точке M и пересекает катет BC в точке P .

- Докажите, что прямая MK является касательной к описанной окружности треугольника BMP .
- Найдите площадь треугольника MKP , если $AC = 3$, $BC = 4$.

Решение.

а) Поскольку CL – биссектриса угла ACB , то хорды AL и BL стягивают равные дуги и, значит, $AL = BL$. Пусть O – середина гипотенузы AB , тогда O – центр описанной окружности $\triangle ABC$, а поскольку $AL = BL$, то диаметр LM перпендикулярен диаметру AB , см. рисунок 1.

рис. 1



Прямоугольные треугольники MOK и LOK равны по двум катетам ($MO = LO$, OK – общий катет), поэтому $\angle KML = \angle MLK$. Заметим, что поскольку углы MLC и MBC опираются на одну и ту же дугу, то

они равны и, значит, $\angle KML = \angle MLC = \angle MBC$. Осталось лишь заметить, что из равенства $\angle KMP = \angle MBP$ следует, что прямая KM совпадает с касательной к описанной окружности $\triangle BMP$. В самом деле, по известному свойству угол между хордой MP и касательной в точке M равен половине дуги, стягиваемой хордой MP и, значит, равен $\angle MBP$. Поэтому из равенства $\angle KMP = \angle MBP$ следует, что прямая KM образует с хордой MP тот же угол, что и касательная в точке M , т.е. KM совпадает с касательной, что и требовалось доказать.

б) Так как $KO \perp ML$, то для искомой площади $\triangle MKP$ имеем:

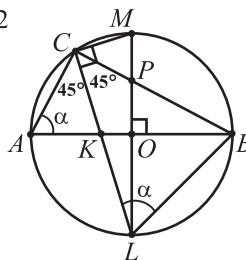
$$S_{MKP} = \frac{1}{2} KO \cdot MP.$$

Найдём KO : $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$, $\frac{AK}{BK} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$ (по свойству биссектрисы) $\Rightarrow AK = \frac{3}{7}AB = \frac{15}{7}$, $KO = AO - AK = \frac{5}{2} - \frac{15}{7} = \frac{5}{14}$.

Теперь найдём MP . Так как ML – диаметр, то $\angle MCL = 90^\circ$, а поскольку $\angle BCL = 45^\circ$, то $\angle MCP = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, см. рисунок 2. Значит, CP – биссектриса треугольника MCL , и поэтому

$$\frac{MP}{LP} = \frac{CM}{CL} = \operatorname{tg} \angle MLC.$$

рис. 2



Заметим, что поскольку AB и ML — перпендикулярные диаметры, то дуга BM равна 90° , отсюда $\angle BLM = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$, $\angle MLC = \angle BLC - \angle BLM = \alpha - 45^\circ$. Завершим вычисления, воспользовавшись формулой тангенса разности: $\frac{MP}{LP} = \tg \angle MLC = \tg(\alpha - 45^\circ) = \frac{\tg \alpha - \tg 45^\circ}{1 + \tg \alpha \cdot \tg 45^\circ} = \frac{4/3 - 1}{1 + 4/3} = \frac{1/3}{7/3} = \frac{1}{7}$; $MP = \frac{1}{7} \cdot ML = \frac{5}{8}$. Итак,

$$S_{MKP} = \frac{1}{2} KO \cdot MP = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{5}{8} = \frac{25}{224}.$$

Ответ: $\frac{25}{224}$

17. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a}{21x^2 - 10ax + a^2} = 0 \text{ имеет ровно два различных корня.}$$

Решение.

Данное в условии уравнение равносильно системе:

$$(*) \begin{cases} x^2 - 2x + a = 0 \\ 21x^2 - 10ax + a^2 \neq 0. \end{cases}$$

Уравнение $x^2 - 2x + a = 0$ имеет два различных корня \Leftrightarrow дискриминант $D = 4 - 4a$ положителен $\Leftrightarrow a < 1$.

Так как $21x^2 - 10ax + a^2 = (3x - a)(7x - a)$, то при любых значениях a корнями уравнения $21x^2 - 10ax + a^2 = 0$ являются $x = \frac{a}{3}$ и $x = \frac{a}{7}$.

Система $(*)$ имеет ровно два различных решения \Leftrightarrow уравнение $x^2 - 2x + a = 0$ имеет два различных корня и эти корни не совпадают с $x = \frac{a}{3}$ и $x = \frac{a}{7}$. Поэтому для получения ответа в задаче нужно из промежутка $(-\infty; 1)$ исключить те значения a , для которых $x = \frac{a}{3}$ или $x = \frac{a}{7}$ является корнем уравнения $x^2 - 2x + a = 0$.

Подставим поочерёдно $x = \frac{a}{3}$ и $x = \frac{a}{7}$ в уравнение $x^2 - 2x + a = 0$:

$$\frac{a^2}{9} - \frac{2a}{3} + a = 0, \quad a^2 + 3a = 0, \quad a(a + 3) = 0, \quad a = 0 \text{ или } a = -3;$$

$$\frac{a^2}{49} - \frac{2a}{7} + a = 0, \quad a^2 + 35a = 0, \quad a(a + 35) = 0, \quad a = 0 \text{ или } a = -35.$$

Исключая из промежутка $(-\infty; 1)$ значения $a = 0$, $a = -3$ и $a = -35$, получаем ответ.

Ответ: $a \in (-\infty; -35) \cup (-35; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; 1)$

18. На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 6, а среднее арифметическое шести наибольших из них равно 16.

- Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 4?
- Может ли среднее арифметическое всех 11 написанных на доске чисел равняться 12?
- Пусть N – шестое по величине число, а S – среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения $S - N$.

Решение.

Пусть $x_1 < x_2 < \dots < x_{11}$ – одиннадцать натуральных чисел, написанных на доске. Тогда из условия задачи имеем: $\frac{x_1 + \dots + x_6}{6} = 6$, $\frac{x_6 + \dots + x_{11}}{6} = 16$, или $x_1 + \dots + x_6 = 36$, $x_6 + \dots + x_{11} = 96$.

а) Если бы наименьшее из чисел x_1 равнялось бы 4, то $x_2 \geq 5$, $x_3 \geq 6$, $x_4 \geq 7$, $x_5 \geq 8$, $x_6 \geq 9$, и, значит, $x_1 + \dots + x_6 \geq 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$. Но это противоречит равенству $x_1 + \dots + x_6 = 36$, поэтому $x_1 \neq 4$, т.е. ответ в пункте а) – нет.

б) Если бы среднее арифметическое всех 11 чисел равнялось 12, то $x_1 + \dots + x_{11} = 11 \cdot 12 = 132$. Но сложив равенства $x_1 + \dots + x_6 = 36$ и $x_6 + \dots + x_{11} = 96$, мы получаем, что $(x_1 + \dots + x_{11}) + x_6 = 132$, и подставляя в это равенство $x_1 + \dots + x_{11} = 132$, приходим к тому, что $x_6 = 0$ – противоречие с тем, что x_6 – натуральное число. Поэтому ответ в пункте б) – нет.

в) Если S – среднее арифметическое всех 11 чисел, а $x_6 = N$, то выполняя подстановки $x_1 + \dots + x_{11} = 11S$ и $x_6 = N$ в равенство $(x_1 + \dots + x_{11}) + x_6 = 132$, имеем: $11S + N = 132 \Rightarrow S - N = 12S - 132$. Отсюда видим, что $S - N$ тем больше, чем больше S .

Заметим, что $N = x_6 \geq 9$. В самом деле, если $x_6 \leq 8$, то

$$x_1 + \dots + x_6 \leq 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 = 33,$$

а это противоречит равенству $x_1 + \dots + x_6 = 36$.

Так как $N \geq 9$, то $11S = 132 - N \leq 123$, $S \leq \frac{123}{11}$, $S - N \leq \frac{123}{11} - 9 = \frac{24}{11}$. Остаётся лишь заметить, что поскольку при $N = 9$ все знаки неравенств обращаются в равенство, то для доказательства достижимости равенства $S - N = \frac{24}{11}$ достаточно привести пример таких натуральных чисел $x_1 < \dots < x_5 < 9 < x_7 < \dots < x_{11}$, что $x_1 + \dots + x_5 + 9 = 36$, $9 + x_7 + \dots + x_{11} = 96$. Подходят, например, $x_5 = 8$, $x_4 = 7$, $x_3 = 6$, $x_2 = 5$, $x_1 = 1$, и $x_7 = 10$, $x_8 = 11$, $x_9 = 12$, $x_{10} = 13$, $x_{11} = 41$.

Так как $S - N \leq \frac{24}{11}$ и для указанного выше набора чисел x_1, \dots, x_{11} выполняется равенство $S - N = \frac{24}{11}$, то наибольшее возможное значение $S - N$ равно $\frac{24}{11}$.

Ответ: а) нет; б) нет; в) $\frac{24}{11}$.