



Д.А. Мальцев
А.А. Мальцев
Л.И. Мальцева

МАТЕМАТИКА

ЕГЭ 2021. КНИГА 2

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

64 ТЕСТА + ЗАДАЧНИК



*Д.А. Мальцев,
А.А. Мальцев,
Л.И. Мальцева*

МАТЕМАТИКА

ЕГЭ 2021. Книга 2

Профильный уровень

- ✓ *64 теста по Демоверсии ЕГЭ 2021*
- ✓ *Задачник: 110 заданий с развёрнутым ответом*

Издатель Мальцев Д.А.
Ростов-на-Дону
Народное образование
Москва
2021

Содержание

От авторов	4
Глава I. Экзаменационно-тренировочные тесты	7
Тесты № 1–4	7
Тесты № 5–8	23
Тесты № 9–12	37
Тесты № 13–16	52
Тесты № 17–20	67
Тесты № 21–24	82
Тесты № 25–28	97
Тесты № 29–32	111
Тесты № 33–36	127
Тесты № 37–40	142
Тесты № 41–44	155
Тесты № 45–48	169
Тесты № 49–52	183
Тесты № 53–56	197
Тесты № 57–60	210
Тесты № 61–64	224
Глава II. Задачник	239
Уравнения и системы уравнений (задание №13)	239
Неравенства и системы неравенств (задание №15)	241
Задачи с практическим содержанием (задание №17)	243
Уравнения и неравенства с параметром (задание №18)	246
Задачи олимпиадного типа (задание №19)	249
Ответы к тестам	253
Ответы к задачнику	269
Карта индивидуальных достижений обучающегося	271

От авторов

Данное пособие является одной из книг учебно-методического комплекта «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2021», предназначенной для учащихся, сдающих Профильный ЕГЭ по математике. Пособие состоит из двух глав.

Глава I содержит 64 теста. На взгляд авторов, для успешной сдачи любого экзамена полезно знакомство с «историей вопроса», то есть с теми задачами, которые предлагались на этом экзамене в предшествующие годы. Поэтому в тестах данной книги, условно названных «экзаменационно-тренировочными», авторы, проанализировав материал ЕГЭ по математике предшествующих лет, отобразили все основные идеи, заложенные в экзаменационные задания.

Все тесты данного пособия попарно подобны — тест №2 подобен тесту №1, тест №4 подобен тесту №3 и т.д.

В главе II приведён Задачник, содержащий 110 заданий с развёрнутым ответом.

Одновременно с данной книгой выпускается её Решебник, в котором приведены решения заданий с развёрнутым ответом всех тестов с нечётными номерами. Также в этом Решебнике приведены указания к решениям задач №16 (планиметрия) и №19 (олимпиадная тематика) тестов с чётными номерами и решения задач с нечётными номерами из Задачника данной книги.

О преимуществах данного пособия

Одним из преимуществ данной книги является особенная «парность» заданий «части С» (т.е. заданий с развёрнутым ответом). Большинство заданий «части С» данной книги таково, что «парная» задача развивает идею задачи из предыдущего теста. Поэтому для решения «парной» задачи недостаточно лишь поменять цифры в решении аналогичной задачи предшествующего теста, а придётся заново продумывать некоторые детали и нюансы. Это особенно ценно при подготовке к заданиям «части С», так как можно прочитать и понять 100 готовых решений, но не решить на экзамене 101-ую, в чём-то аналогичную, но в чём-то и отличающуюся задачу. Решая задания «части С» из этой книги, школьник учится преодолевать психологический барьер — состояние «изменённой ситуации» при решении задачи (т.е. такой ситуации, с которой он сталкивается впервые).

Из других преимуществ данной книги отметим большое число тестов и заданий «части С» в задачнике при относительно невысокой её цене.

Об оценивании результатов тестирования

Поясним некоторые термины, связанные с оцениванием результатов ЕГЭ. «Первичные баллы» — баллы, выставяемые за каждое выполненное задание. За верно выполненное задание с кратким ответом выставяется 1 первичный балл. Баллы за задания с развёрнутым ответом (задания №13–№19) выставяются в зависимости от степени верности их выполнения. В 2021 году задания №13, 14, 15 оцениваются по шкале от 0 до 2 баллов, задания №16, 17 — по шкале от 0 до 3 баллов, а задания №18, 19 — по шкале от 0 до 4 баллов. Таким образом, максимальное количество первичных баллов, которое может получить выпускник, составляет 32 балла: за все задания с кратким ответом — 12 баллов; за задания с развёрнутым ответом — 20 баллов.

«Сертификационный балл» — балл, выставяемый в свидетельство о сдаче ЕГЭ. Ниже приведена таблица, использовавшаяся при оценивании результатов выпускников 2020 года.

Таблица перевода первичных баллов в сертификационные

Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл	Перв. балл	Сертиф. балл
0	0	11	56	22	86
1	5	12	62	23	88
2	9	13	68	24	90
3	14	14	70	25	92
4	18	15	72	26	94
5	23	16	74	27	96
6	27	17	76	28	98
7	33	18	78	29	99
8	39	19	80	30	100
9	45	20	82	31	100
10	50	21	84	32	100

Никаких изменений в плане экзаменационной работы 2021 года, по сравнению с 2020 годом, нет. Поэтому при тренировках по тестам данного пособия для примерного оценивания своих результатов вполне можно использовать приведённую выше таблицу.

«Математика. ЕГЭ 2021. Книга 2. Профильный уровень»

Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева

© издатель Мальцев Д.А., www.afina-r.ru

Отметим, что на реальном экзамене при оценивании заданий с развёрнутым ответом учитывается не только правильность окончательного ответа, но и сам ход рассуждений. Поэтому для определения баллов, которые могут быть выставлены за приведённые вами решения этих заданий, рекомендуем обращаться к учителю математики или другому специалисту.

О системе подготовки к ЕГЭ

Чтобы получить общее представление о структуре экзаменационной работы, прорешайте тесты №1, 2 данного пособия. А затем начните устранение пробелов в своих знаниях, которые обнаружатся при прорешивании этих двух тестов. В этом Вам поможет первая книга данного учебно-методического комплекта «Математика. ЕГЭ 2021. Книга 1».

Полностью проработав задания с кратким ответом, приступайте к решению тестов данной книги.

Рекомендуем Вам построить свои занятия по тестам пособия таким образом, чтобы учебные занятия чередовались с тренировочными.

На учебном занятии знакомьтесь с методами решения тех заданий, которые Вы планируете решать на экзамене. Решения задач с развёрнутым ответом приведены в Решебнике к данной книге. Если же возникает вопрос по одному из заданий №1–№12, то рекомендуем Вам обращаться к своему учителю.

Для проведения тренировочного занятия необходимо отвести 2-3 часа. За это время попытайтесь решить самостоятельно те задания, к выполнению которых Вы рассчитываете приступить на экзамене. Решайте задачи так, словно Вы уже на экзамене, не заглядывая в ответы. В конце занятия сверьте свои ответы с ответами, данными в книге. Не вдаваясь в детали, скажем, что польза от подобных тренировок огромна!

Желаем Вам успеха!

Авторы выражают искреннюю признательность всем рецензентам данной книги.

- а) Может ли число детей быть равным пяти?
б) Какое наименьшее число детей может стоять в круге, если суммарно у них 1020 конфет?
в) Какое наибольшее число детей может стоять в круге, если суммарно у них 1020 конфет?

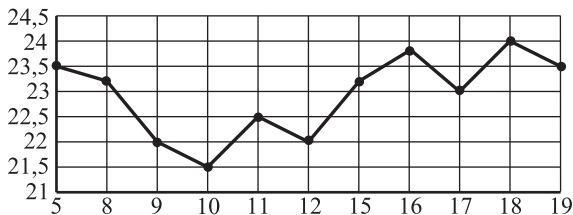
Тест № 5

Часть 1

- 1** Магазин закупает тарелки по оптовой цене 35 рублей за штуку и продаёт с наценкой 40%. Какое наибольшее число таких тарелок можно купить в этом магазине на 5000 рублей?

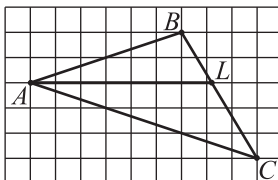
Ответ: _____

- 2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 19 апреля 1985 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: _____

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён треугольник ABC с вершинами в узлах сетки, см. рисунок. Найдите длину его биссектрисы AL .



Ответ: _____

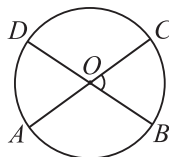
- 4 Анжела дважды бросает игральный кубик. В сумме у неё выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало 5 очков.

Ответ: _____

- 5 Найдите корень уравнения $2020^{20-x} = 2020$.

Ответ: _____

- 6 Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O , см. рисунок. Угол BOC равен 70° . Найдите градусную меру угла ABD .



Ответ: _____

- 7 Материальная точка движется прямолинейно по закону:
 $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 0,5t^2 + 4$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, а t – время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите скорость этой точки (в метрах в секунду) в момент времени $t = 12$ с.

Ответ: _____

- 8 Цилиндр описан около шара. Объём цилиндра равен 60 см^3 . Найдите объём шара. Ответ дайте в см^3 .

Ответ: _____

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\sin 72^\circ}{8 \sin 36^\circ \cdot \sin 54^\circ}$.

Ответ: _____

- 10 Зависимость температуры T (в градусах Кельвина) от времени t (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора на исследуемом интервале температур задаётся формулой: $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где

$T_0 = 1700 \text{ К}$, $a = 50 \text{ К/мин}$, $b = -0,25 \text{ К/мин}^2$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 3800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. (Ответ выразите в минутах.)

Ответ: _____

11 Первые 120 км автомобиль проехал со скоростью 40 км/ч , следующие 300 км – со скоростью 100 км/ч , а последние 104 км – со скоростью 52 км/ч . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

Ответ: _____

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \ln(x + 12) - 12x - 33$ на отрезке $[-11,5; 0]$.

Ответ: _____

Задания с развёрнутым ответом

13 а) Решите уравнение:

$$2 \log_2^2(\cos 2x) + 2 \log_2(\cos 2x) + \log_2(2 \cos 2x) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

14 Дана пирамида $SABC$, в которой $AB = AC = SB = SC = 17$, $BC = SA = 16$. Точки M и N – середины рёбер BC и SA .

а) Докажите, что отрезок MN является общим перпендикуляром к прямым BC и SA .

б) Найдите объём пирамиды $ABMN$.

15 Решите неравенство $\frac{100x^2 + 2x - 12 - 0,13x^2 - 4x - 101}{0,04 \cdot 25^{25x-4} - 1} \leq 0$.

16 Биссектриса внешнего угла при вершине C треугольника ABC пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке L .

а) Докажите, что отрезки AL и BL равны.

б) Найдите длину отрезка CL , если $AC = 2$, $BC = 3$, $\angle ACB = 60^\circ$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 40 млн. рублей на некоторый срок, равный целому числу лет. Условия возврата кредита таковы:

- каждый январь долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 8 млн. рублей? (Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся.)

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a}{21x^2 - 10ax + a^2} = 0 \text{ имеет ровно два различных корня.}$$

19 На столе лежат 50 карточек, каждая из которых либо зелёного, либо оранжевого цвета, при этом каждого цвета есть хотя бы одна карточка. На каждой из карточек написано натуральное число, причём числа на всех зелёных карточках различны, а число на любой из оранжевых карточек меньше, чем число на любой из зелёных. Среднее арифметическое чисел на всех карточках равно 22. Если увеличить в 3 раза каждое из чисел, написанных на зелёных карточках, то среднее арифметическое всех чисел станет равно 48.

- а) Может ли на столе лежать ровно 20 зелёных карточек?
- б) Может ли на столе лежать ровно 20 оранжевых карточек?
- в) Какое наибольшее число зелёных карточек может лежать на столе?

Тест № 6

Часть 1

1 Магазин закупает ручки по оптовой цене 8 рублей за штуку и продаёт с наценкой 60%. Какое наибольшее число таких ручек можно купить в этом магазине на 110 рублей?

Ответ: _____